Тест повышенной сложности по математике

Инструкция для учащихся

Тест состоит из частей А и В. На его выполнение отводится 90 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку, не пропуская ни одного, даже самого легкого. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям. Калькулятором и справочной литературой пользоваться нельзя.

Часть А

К каждому заданию А дано пять ответов, из которых только один верный. Решите задание, сравните полученный Вами ответ с предложенными. В бланке ответов <u>под номером</u> задания поставьте крестик (х) в клеточке, <u>номер</u> которой равен номеру выбранного Вами ответа.

А1. Значение выражения $\arccos(\sin 4)$ равно

1) $4-\frac{3\pi}{2}$; 2) $4-\frac{\pi}{2}$; 3) $2\pi-4$; 4) $4-\pi$; 5) $\frac{3\pi}{2}-4$.

А2. Если $a^b=2$ и $b^c=6$, то величина $(a^b)^c$ принимает значение

1) 64; 2) $2^{\log_6 2}$; 3) 8; 4) 12; 5) не вычисляемое однозначно из двух данных равенств.

А3. Из четырехугольной призмы вырезали треугольную пирамиду, высота и площадь основания которой на 60% и на 10% соответственно меньше высоты и площади основания призмы. Объем полученной пирамиды составляет от объема призмы

1) 9%; 2) 30%; 3) 12%; 4) 36%; 5) 27%.

А4. Школьник должен был выйти из дома в $7^{\underline{00}}$, сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до школы к определенному моменту. Однако он вышел из дома в $6^{\underline{20}}$ и побежал в противоположном направлении. Машина в $7^{\underline{20}}$ отправилась от дома вслед за ним и, догнав школьника, доставила его в школу с опозданием на 30 минут. Скорость машины превышала скорость бегущего школьника

1) в 12 раз; 2) в 13 раз; 3) в 5 раз; 4) в 4 раза; 5) в некоторое число раз, которое невозможно точно установить из-за нехватки данных задачи.

А5. Сумма первых 22 членов арифметической прогрессии равна -6, а сумма первых 22 членов другой арифметической прогрессии, имеющей тот же первый член, но противоположную разность, равна 31. Первые члены этих прогрессий равны

1) $\frac{25}{22}$; 2) $\frac{37}{22}$; 3) $\frac{37}{43}$; 4) $\frac{37}{44}$; 5) $\frac{25}{44}$.

А6. Из сосуда, первоначально содержавшего 11 л чистого спирта, отлили определенное количество содержимого и долили столько же воды. Когда эту операцию проделали еще 2 раза, спирта в сосуде осталось 2 л. За каждую операцию воды доливали одинаковое количество литров, равное

1) $\sqrt[3]{\log_2 11}$; 2) $\frac{1}{3}\log_2 11$; 3) $11(1-\sqrt[3]{2/11})$; 4) 3; 5) $\sqrt[3]{11/2}$.

A7. Выражение $\log_2 54+\frac{1}{3}\log_3 54$ численно равно

1) $\log_2 54\cdot\log_{23}54$; 2) $\frac{1}{\log_2 54\cdot\log_{23}54}$; 3) $\log_{29}54$; 4) 1; 5) другому выражению.

A8. Наибольшее решение неравенства $|x^2+2x-14|+4x+16\le 0$ принадлежит множеству

1) $(-\infty;-5]$; 2) $(2;\infty)$; 3) $(-5;-4)$; 4) $[-4;2]$; 5) $\varnothing$.

A9. Сумма всех целочисленных решений неравенства $\frac{\sqrt{x^2+10-7x}}{9x-14-x^2}\ge 0$ равна

1) 13; 2) 20; 3) 11; 4) другому числу; 5) неопределенности, так как содержит бесконечное число слагаемых.

A10. Множество всех решений неравенства $\log_{1/2}(2^x+7)-x\log_{1/2^x}(11-2^x)>x$ на числовой прямой представляет собой

1) объединение двух непересекающихся интервалов; 2) объединение интервала и луча, не пересекающихся друг с другом; 3) луч; 4) объединение двух непересекающихся лучей; 5) интервал.

A11. Пусть *(x;y)* – решение системы $\begin{cases}\cos x+\cos y=\frac{2}{3}\\ \sin x+\sin y=-\frac{4}{3}\end{cases}$. Тогда значение выражения *cos(x-y)* равно

1) $-\frac{8}{9}$; 2) $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) равно другому числу; 5) не вычисляется однозначно.

A12. Чтобы из графика функции $y=\log_4 x$ получить график функции $y=\log_4(3x-7)$, нужно произвести

1) сначала сжатие в 3 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 7 единиц вправо;
2) сначала растяжение в 3 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 7 единиц вправо;
3) сначала сжатие в 3 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 7 единиц влево;
4) сначала сдвиг на 7 единиц вправо, потом сжатие в 3 раза вдоль оси абсцисс;
5) сначала растяжение в 3 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 7 единиц влево.

A13. Вершина параболы, задаваемой на координатной плоскости уравнением $y=ax^2+bx+c$, где $a<0$, $b<0$, $c\le 0$ и $D=b^2-4ac<0$, лежит

1) строго в I четверти;
2) строго в II четверти;
3) строго в III четверти;
4) строго в IV четверти;
5) возможно, на координатной оси.

A14. Тангенс угла между касательными, проведенными к графикам функции $y = 3 - \sqrt[5]{x}$ и $y = 7 - \dfrac{1}{x^2}$ в точках с абсциссой $x_0 = 1$ равен

1) $\dfrac{11}{3}$; 2) $\dfrac{11}{5}$; 3) $\dfrac{9}{7}$; 4) $\dfrac{9}{5}$; 5) другому числу.

A15. Наибольшее целое значение a, при котором уравнение $3\cos x + 5\cos y - 3\sin x = 3$ и имеет бесконечное число решений *(x,y)*, равно

1) 8; 2) 11; 3) 6; 4) 9; 5) 10.

A16. Количество различных значений $a \in [5\pi; 19\pi]$, для каждого из которых уравнение $\sqrt{\cos\dfrac{x}{4}} = \cos\dfrac{2(a-x)}{5} - 1$ имеет хотя бы один корень, равно

1) 15; 2) 14; 3) 7; 4) 11; 5) другому числу.

A17. В треугольнике *ABC* с углом $\angle A = 30^0$ и сторонами $AB = 5\sqrt{3}$ и $AC = 10$ косинус угла при вершине C равен

1) $\sqrt{2/2}$; 2) $\sqrt{3/2}$; 3) 0; 4) $1/2$; 5) $1/\sqrt{3}$.

A18. На стороне BC параллелограмма ABCD взята точка E, а отрезки AE и BD пересекаются в точке F. Если AF:FE=7:3, то прямая AE делит площадь параллелограмма в отношении

1) 3:11; 2) 3:14; 3) 7:3; 4) 3:10; 5) 49:9.

A19. Если окружность, проходящая через вершины *A, C,* и *D* трапеции *ABCD* с основаниями *BC=3* и *AD=5*, касается прямых *AB* и *BC*, то диагональ *AC* равна

1) $\sqrt{34}$; 2) $\sqrt{15}$; 3) 3; 4) 5; 5) 4.

A20. Наибольшая площадь сечения тетраэдра *ABCD* плоскостью, параллельной его скрещивающимся ребрам *AB=5* и *CD=6*, образующим между собой угол в 60^0, равна

1) $\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$; 2) 15; 3) $\dfrac{15}{4}$; 4) $\dfrac{15}{2}$; 5) $\dfrac{15\sqrt{3}}{8}$.

A21. Точки *A, B* и *C* лежат соответственно на трех ребрах куба, выходящих из его вершины *D*, причем *AD=1/3, BD=4/3* и CD=1. Радиус вписанного в пирамиду *ABCD* шара равен

1) $\dfrac{1}{8}$; 2) $\dfrac{1}{24}$; 3) $\dfrac{2}{13}$; 4) $\dfrac{1}{72}$; 5) $\dfrac{1}{6}$.

Часть B

Ответы заданий части B запишите на бланке ответов рядом с номером задания (B1-B10), начиная с первого окошка. Ответом может быть только число, полученное в системе СИ *(если единицы другие, то в условиях задания это оговорено). Если в ответе получается число в виде дроби, то округлите его до целого числа. Каждую цифру числа и знак минус (если число отрицательное) пишите в отдельном окошке по приведенным образцам.* *Единицы измерения* *(градусы, проценты, метры , тонны и т.д.)* *не пишите*.

B1. В компании из трех человек один – правдивец (1), т.е. всегда говорит правду, один – лжец (2), т.е. всегда лжет, и один – дипломат (3), т.е. говорит правду или лжет по своему усмотрению. Чтобы узнать, кто из них есть кто, каждого спросили, кто он есть. Первый ответил, что он правдивец, второй – что он лжец, а третий – что он или правдивец, или лжец, или дипломат. Судя по ответам, первый, второй и третий из них – это соответственно (перечислите цифры 3 2 1 в нужном порядке без запятых) …

B2. Количество двузначных чисел, каждое из которых ровно на 19 больше суммы квадратов своих цифр, равно …

B3. На двух полях вспахали землю с помощью 9 одинаковых тракторов: сначала все тракторы работали на первом поле, а когда было вспахано 2/5 его площади, 4 трактора перевели на второе поле. В тот момент, когда первое поле вспахали полностью, второе оказалось вспаханным лишь на 6/7. Площадь второго поля относится к площади первого, как (записать отношение двух взаимно простых натуральным чисел без знака деления, например: вместо 46:28 следует написать 2314) …

B4. Количество различных решений системы $\begin{cases} y = -\cos \pi x \\ x = \sin \pi y \\ x > -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ равно …